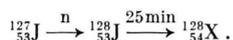


10. Sollte sich das Xenon als Standard bewähren, so könnte man in Zukunft auch das stabile Isotop  $^{128}\text{X}$  verwenden. Man erhält es bei der Bestrahlung von Jod im Atomreaktor mit thermischen Neutronen<sup>11</sup>:



Die Ausbeute ist bei einem Wirkungsquerschnitt von 6,25 Barns für  $^{127}\text{J}$  gut und das erhaltene Edelgas dürfte frei von anderen Isotopen sein.

<sup>11</sup> L. Seren, H. N. Friedländer u. S. H. Turnel, Phys. Rev. **72**, 888 [1947].

## Über einen negativen Widerstand für Gleich- und Wechselstrom

Von L. WALDMANN und R. BIERI

Aus dem Max-Planck-Institut für Chemie, Mainz

(Z. Naturforschg. **10 a**, 814–820 [1955]; eingegangen am 20. Juli 1955)

*Herrn Professor J. Mattauch zum 60. Geburtstag gewidmet*

Eine symmetrische Röhrenschtaltung mit zwei äußeren Klemmen wird angegeben, die einen zwischen diesen Klemmen liegenden negativen Widerstand darstellt. Im einfachsten Fall enthält die Anordnung eine Doppeltriode und zwei Anodenwiderstände. Durch Parallelschtaltung mehrerer Doppeltrioden und Einführung auch von Kathodenwiderständen erhielten wir einen Widerstand von ca.  $-3\text{ k}\Omega$ , der in einem Spannungsbereich bis  $\pm 12\text{ Volt}$  auf  $1,5\%$  konstant war. Das Verhalten an der Stabilitätsgrenze, für welches die Abweichungen vom linearen Strom-Spannungszusammenhang maßgebend sind, wurde untersucht. Auf die Anwendung negativer Widerstände für Meßzwecke und für Analogiegeräte zur Umkehrung von symmetrischen, definiten Matrizen wird eingangs hingewiesen.

Bei der Bestimmung der Massen von Atomkernen aus den massenspektrographischen Dubletts oder aus den Energien von Kernreaktionen wird man auf umfangreiche Ausgleichsrechnungen geführt. Das große heute vorliegende experimentelle Material erlaubt es, jede einzelne Masse auf verschiedenen unabhängigen Wegen zu bestimmen; infolge der Versuchsfehler erhält man dabei aber etwas verschiedene Werte für ein und dieselbe Masse und man hat die Methode der kleinsten Fehlerquadrate heranzuziehen, um zu eindeutigen Ergebnissen zu gelangen.

Die Lösung einer Ausgleichsaufgabe läuft bekanntlich auf die Bildung der Inversen einer symmetrischen, definiten Matrix hinaus. Die Zeilenzahl dieser Matrix ist im vorliegenden Fall gleich der Anzahl der zu bestimmenden Massen und recht groß. Sie beträgt beispielsweise 70 bei einer gegenwärtig von Mattauch und Mitarb. in Angriff genommenen Auswertung der kernphysikalischen Daten. Die rechnerische Lösung der Aufgabe ist praktisch nur mit einem Rechenautomaten möglich. Dies war der Grund, weshalb schon früher anlässlich der Berechnung der in dem Isotopenbericht von Mattauch und Flammersfeld<sup>1</sup> angegebenen Massen ver-

sucht wurde, die Aufgabe durch ein Analogieverfahren mittels elektrischer Netze<sup>2</sup> zu lösen. Ein Analogieverfahren erscheint für die Ausgleichsrechnung besonders angebracht, da wegen der Ungenauigkeit der Angaben über die Meßfehler eine große Rechengenauigkeit nicht nötig ist.

Nun konnten aber bei dem größten Teil der Berechnungen zu dem Isotopenbericht von 1949 die Massen der an den Kernreaktionen beteiligten, leichten Partikel als fehlerlos bekannt vorausgesetzt werden und dann ist es, wie man ohne weiteres sieht<sup>2</sup>, möglich, mit Netzen aus Ohmschen Widerständen auszukommen. Will man aber die leichten Partikel, die als Geschosse verwendet werden oder bei der Reaktion aus dem Atomkern austreten, mit in den Ausgleich aufnehmen – und das ist jetzt nötig –, so genügen Ohmsche Netze nicht, sondern man braucht auch negative Widerstände.

In diesem Zusammenhang haben wir uns mit einer einfachen Röhrenschtaltung beschäftigt, die einen negativen Widerstand für Gleich- und Wechselstrom darstellt und die vielleicht auch sonst von Interesse ist. Diese Schaltung hat Ähnlichkeit mit einer bekannten Multivibratorschtaltung, wurde aber, soweit wir unterrichtet sind, in der Literatur nicht von dem

<sup>1</sup> J. Mattauch u. A. Flammersfeld, Isotopenbericht, Verlag der Zeitschrift für Naturforschung, Tübingen 1949.

<sup>2</sup> L. Waldmann, Z. Naturforschg. **4 a**, 226 [1949].



hier in den Vordergrund gestellten Gesichtspunkt des negativen Widerstandes aus behandelt. Es erscheint zweckmäßig, einige kurze Bemerkungen über den negativen Widerstand, die sich dabei als nützlich erwiesen, voranzustellen<sup>3</sup>.

**1. Allgemeines über negative Widerstände**

Unter einem negativen Widerstand versteht man eine Anordnung, die zwei äußere Klemmen (I, II in Abb. 1) hat und bei der, wie beim Ohmschen Widerstand, Strom und Spannungsdifferenz an den Enden einander proportional sind, der Strom aber von der niedrigeren zur höheren Spannung fließt. Der Ohmsche Widerstand verbraucht elektrische Energie, der negative Widerstand gibt elektrische Energie ab.



Abb. 1. Zur Stabilität negativer Widerstände.

Die Klemmen I, II eines negativen Widerstandes  $-R$  seien durch einen Ohmschen Widerstand  $R'$  verbunden (Abb. 1). Zwischen I und II liegt also der resultierende Widerstand

$$R_{res} = R R' / (R - R'). \quad (1)$$

Wenn  $R' < R$ , so ist  $R_{res} > 0$  und die Anordnung ist stabil. Entsteht nämlich durch eine Schwankung oder dgl. an Klemme I eine kleine positive Aufladung und Spannung, an II eine kleine negative Aufladung und Spannung, so fließt ein Strom von I nach II, welcher die Aufladung rückgängig macht. Wenn dagegen  $R' > R$ , so ist  $R_{res} < 0$  und der Strom fließt so, daß die Aufladung vergrößert wird; die Anordnung ist instabil. Ein negativer Widerstand  $-R$  ist also nur existenzfähig, wenn er durch einen Ohmschen Widerstand  $R' < R$  überbrückt ist.

Aus Gl. (1) ergibt sich sogleich auch die Anordnung der Abb. 2a zur Messung negativer Widerstände. Der Ohmsche Dekadenwiderstand  $R'$  wird so eingestellt, daß das Nullinstrument G keinen Strom zeigt. Dann ist  $R_{res} = \infty$ , also nach (1)  $R = R'$ . In diesem abgeglichenen Zustand ist die Anordnung stabil, da infolge der Anwesenheit der Batterie V und des Instrumentes G der negative Wider-

stand insgesamt durch einen Ohmschen Widerstand  $< R$  überbrückt ist. Negative Widerstände brauchen also nicht mit der Wheatstone-Brücke gemessen zu werden.

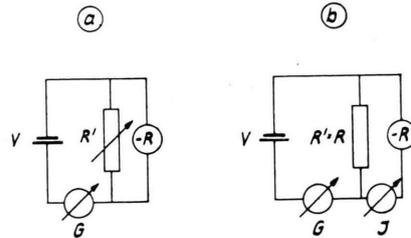


Abb. 2. a) Anordnung zur Messung negativer Widerstände. b) Leistungslose Spannungsmessung mittels eines negativen und eines Ohmschen Widerstands.

Die Anordnung der Abb. 2a erlaubt gleichzeitig die leistungslose Messung der Spannung  $V$ , wenn man in den rechten Kreis noch das Strommeßinstrument J (Abb. 2b) legt. Die Spannungsquelle wird dann von keinem Strom durchflossen, durch den Widerstand  $R' = R$  dagegen fließt der Strom  $J = V/R$ . Dieser ist also ein Maß für die gesuchte Spannung  $V$ .

Endlich kann man den negativen Widerstand zur Spannungsverstärkung benutzen; man braucht dazu in der Anordnung von Abb. 2a nur in Serie mit  $-R$  noch einen weiteren Ohmschen Widerstand  $R''$  zu setzen. Die Spannung über diesem beträgt

$$V'' = -R'' / (R - R'') \cdot V,$$

und durch die Spannungsquelle  $V$  fließt kein Strom, vorausgesetzt, daß  $R' = R - R''$  gewählt wird. Der Verstärkungsfaktor  $R'' / (R - R'')$  kann prinzipiell alle Werte von 0 bis  $+\infty$  annehmen.

**2. Spezielle Triodenschaltung zur Realisierung eines negativen Widerstands**

Die in Abb. 3 skizzierte Schaltung stellt einen negativen Widerstand dar bei geeigneter Wahl der Röhren und ihrer Arbeitspunkte, sowie der Ohmschen Widerstände  $R_a$  und  $R_k$ . Die den Klemmen I, II aus Abb. 1 entsprechenden Klemmen sind in Abb. 3 wieder mit I, II bezeichnet.

Um die Wirkungsweise zu erkennen, betrachten wir der Einfachheit halber die völlig symmetrische Anordnung, die zwei gleichartige Trioden mit der Steilheit  $S$  und dem Innenwiderstand  $R_i$  aufweist und die zwei gleiche Anodenwiderstände  $R_a$  sowie zwei gleiche Kathodenwiderstände  $R_k$  enthält. Das

<sup>3</sup> S. z. B. M. J. O. Strutt, Verstärker und Empfänger, Berlin 1951.

Wesentliche besteht dabei darin, daß das Gitter der einen Triode jeweils mit der Anode der anderen verbunden wird, unter Zwischenschaltung der leistungsmäßig nicht beanspruchten Gittervorspannungsbatterien  $B_{1,2}$ . Die Anodenleistung beider Trioden wird von der einen Batterie  $B$  geliefert.

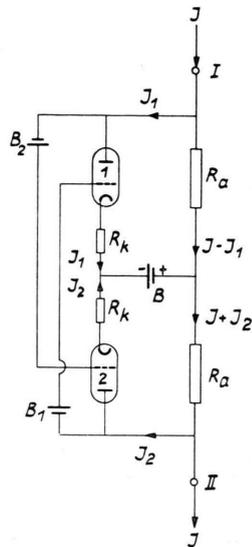


Abb. 3. Triodenschaltung zur Realisierung eines negativen Widerstands. Die Pfeile geben die positive Zählrichtung für die Ströme an.

Aus Symmetriegründen ist klar, daß, falls kein äußerer Strom  $J$  fließt, zwischen den Klemmen I und

oder umgeordnet

$$\left[ 1 + \frac{R_a}{R_i} + \left( S + \frac{1}{R_i} \right) R_k \right] i_1 + S R_a i_2 = - \left( S - \frac{1}{R_i} \right) R_a J,$$

$$S R_a i_1 + \left[ 1 + \frac{R_a}{R_i} + \left( S + \frac{1}{R_i} \right) R_k \right] i_2 = \left( S - \frac{1}{R_i} \right) R_a J.$$

Dieses lineare Gleichungssystem für  $i_{1,2}$  kann man, dank der Symmetrie der Anordnung, welche Gleichheit der Koeffizienten zur Folge hatte, besonders bequem lösen. Durch Addition der beiden Gleichungen folgt nämlich sofort  $i_1 + i_2 = 0$  und somit

$$i_1 = -i_2 = \frac{S - \frac{1}{R_i}}{S - \frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} - \left( S + \frac{1}{R_i} \right) \frac{R_k}{R_a}} J. \quad (2)$$

Nun beträgt die äußere Spannungsdifferenz  $V = V_I - V_{II}$  des negativen Widerstandes nach Abb. 3

$$V = R_a (J - J_1) + R_a (J + J_2) = 2 R_a (J - i_1),$$

II auch keine Spannungsdifferenz herrscht. (Eine infolge kleiner unvermeidlicher Unsymmetrie vorhandene Spannungsdifferenz kann durch kleine Veränderungen eines der Widerstände  $R_k$  oder  $R_a$  zum Verschwinden gebracht werden.) In diesem Zustand verschwindender Eigenspannung hat man dann gewisse Werte  $U_g^{(0)}, U_a^{(0)}, J^{(0)}$  für Gitterspannung, Anodenspannung und Anodenstrom jeder Röhre. Schickt man einen äußeren Strom  $J$  (Eintritt bei I, Austritt bei II) hindurch, so ändern sich diese Werte ab in  $\{U_g, U_a, J\}_{1,2}$ , wofür künftig

$$\{U_g^{(0)} + u_g, U_a^{(0)} + u_a, J^{(0)} + i\}_{1,2}$$

geschrieben werden soll. Aus der Abb. 3 entnimmt man nun

$$u_{g1} = -R_k i_1 - R_a (J + i_2),$$

$$u_{a1} = -R_k i_1 + R_a (J - i_1)$$

und

$$u_{g2} = -R_k i_2 + R_a (J - i_1),$$

$$u_{a2} = -R_k i_2 - R_a (J + i_2).$$

Setzt man diese Werte für die Gitter- und Anodenspannungen in die Triodengleichung

$$i = S u_g + (1/R_i) u_a$$

ein, so erhält man für die Anodenströme die Beziehungen

$$i_1 = -S [R_k i_1 + R_a (J + i_2)]$$

$$- \frac{1}{R_i} [R_k i_1 + R_a (-J + i_1)],$$

$$i_2 = -S [R_k i_2 + R_a (-J + i_1)]$$

$$- \frac{1}{R_i} [R_k i_2 + R_a (J + i_2)]$$

letzteres wegen  $J_2^{(0)} = J_1^{(0)}$  und  $i_2 = -i_1$ . Ersetzen von  $i_1$  gemäß (2) liefert somit das Ergebnis

$$\left. \begin{aligned} V &= -R J \\ \text{mit} \quad R &= \frac{2 \left[ 1 + \left( S + \frac{1}{R_i} \right) R_k \right]}{S - \frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} - \left( S + \frac{1}{R_i} \right) \frac{R_k}{R_a}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Die Definition des Faktors  $R$  wurde dabei so gewählt, daß  $R > 0$  einen negativen Widerstand bedeutet. Damit  $R > 0$  wird, ist es also nötig, Röhren von genügend großer Steilheit und genügend gro-

ßem Innenwiderstand zu wählen; die Anodenwiderstände dürfen nicht zu klein, die Kathodenwiderstände nicht zu groß genommen werden.

Um einen (dem Absolutbetrag nach) möglichst kleinen negativen Widerstand zu haben, wird man die Kathodenwiderstände weglassen. Ist außerdem speziell  $R_a = R_i$ , so hat man nach (3) einfach

$$R = \frac{2}{\mu - 2} R_i,$$

wo  $\mu = S R_i$  den Verstärkungsfaktor einer Röhre bedeutet. Da ohne weiteres  $\mu \approx 20$  möglich ist, folgt daraus, daß mit der betrachteten Schaltung ein negativer Widerstand realisiert werden kann.

Die angegebene Schaltung ist der bekannten Multivibratorschaltung zur Erzeugung von Kipperschwingungen ähnlich. Sie unterscheidet sich von dieser durch das Fehlen von Kondensatoren und Widerständen in den Gitterkreisen und die Röhren befinden sich hier beide dauernd im stromführenden Zustand, also in einem Zustand, der beim Kippen des Multivibrators für Rechteckimpulse mit möglichst großer Geschwindigkeit durchlaufen wird.

Es interessieren noch der maximal zulässige Strom  $|J_{\max}|$  und die zugehörige maximale Spannung  $|V_{\max}|$ , welche an dem negativen Widerstand auftreten können, ohne daß wegen der Nichtlinearität der Kennlinien die Proportionalität von Strom und Spannung völlig verloren geht. Die Bedingung für letzteres ist die, daß der Absolutbetrag des zusätzlichen Anodenstromes  $|i_{1,2}|$  jeder Triode einen bestimmten Wert,  $i_{\max}$  genannt, nicht überschreitet. Dann liest man aus (2) ab

$$|J|_{\max} = \frac{S - \frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_a} - \left(S + \frac{1}{R_i}\right) \frac{R_k}{R_a} i_{\max}}{S - \frac{1}{R_i}} \quad (4)$$

Daraus und nach (3) erhält man

$$|V|_{\max} = R |J|_{\max} = \frac{2 \left[ 1 + \left(S + \frac{1}{R_i}\right) R_k \right]}{S - \frac{1}{R_i}} i_{\max} \quad (5)$$

Um also den Strom möglichst groß machen zu können, hat man die Kathodenwiderstände  $R_k$  wegzulassen; um möglichst große Spannungen anlegen zu können, muß man dagegen die (in bekannter Weise eine Gegenkopplung bewirkenden) Widerstände  $R_k$  möglichst groß wählen.

Die Berechnung der unsymmetrischen Anordnung verläuft analog der obigen Berechnung der sym-

metrischen Anordnung und wir geben gleich das (3) entsprechende Ergebnis an. Man erhält

$$R = \frac{\alpha_1 \left(S_2 + \frac{1}{R_2}\right) + \alpha_2 \left(S_1 + \frac{1}{R_1}\right)}{S_1 S_2 - \frac{1}{R_1 R_2}} \quad (6)$$

wobei

$$\alpha_{1,2} = 1 + \left[ \left(S + \frac{1}{R_i}\right) R_k \right]_{1,2},$$

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \left[ \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a} + \left(S + \frac{1}{R_i}\right) \frac{R_k}{R_a} \right]_{1,2}.$$

Die symmetrische Anordnung hat jedoch den großen Vorteil, daß kleine Änderungen der Anodenspannung und – besonders bei Verwendung einer Doppeltriode – auch der Heizspannung keine Eigenspannung des negativen Widerstandes hervorrufen.

### 3. Messungen

Wir haben mehrere negative Widerstände nach der Art von Abb. 3 erprobt. Der einfachste bestand lediglich aus einer Doppeltriode und zwei Anodenwiderständen. Im Hinblick auf die in der Einleitung erwähnte Anwendung war es uns aber um möglichst großen Linearitätsbereich der Spannung zu tun [s. (5) und auch Abschn. 4]. Deshalb machten wir Messungen hauptsächlich an einer Anordnung, die drei parallelgeschaltete Doppeltrioden und auch Kathodenwiderstände enthielt, deren einer regelbar war, um den stromlosen negativen Widerstand nach außen spannungsfrei machen zu können. Wir benutzten die Röhren ECC 40 [ $S \approx 3,6 \text{ (k}\Omega\text{)}^{-1}$ ,  $R_i = 11 \text{ k}\Omega$  für jedes einzelne System am Arbeitspunkt] und die (in Öl befindlichen) Widerstände  $R_a = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_k = 0,5 \text{ k}\Omega$ . Es kommt trotz der angestrebten Symmetrie der Anordnung sehr auf die Konstanz der Spannungsquellen und der Heizung an. Als Anodenbatterie B verwendeten wir deshalb ein stabilisiertes Netzgerät (ca. 230 Volt; Gesamtanodenstrom ca. 60 mAmp) und vermieden eine Strombelastung der beiden Gittervorspannungsbatterien  $B_{1,2}$ . Die Gitterspannungen gegen die Kathode waren im stromlosen Zustand des negativen Widerstands jede ca. – 2 Volt. Einsetzen der angegebenen Daten in Formel (3) ergibt für den negativen Widerstand  $R = 3,03 \text{ k}\Omega$ .

Zunächst seien die in Abb. 4 wiedergegebenen Messungen besprochen. Man sieht daraus, daß tatsächlich bei  $R' = R \approx 3 \text{ k}\Omega$  der Strom  $J = 0$  wird, entsprechend unendlich großem Widerstand der Parallelschaltung von  $-R$  und  $R'$ . Für  $R' > R$  ist die

Stromrichtung anders als für  $R' < R$ , auf Grund der Anwesenheit des negativen Widerstands.

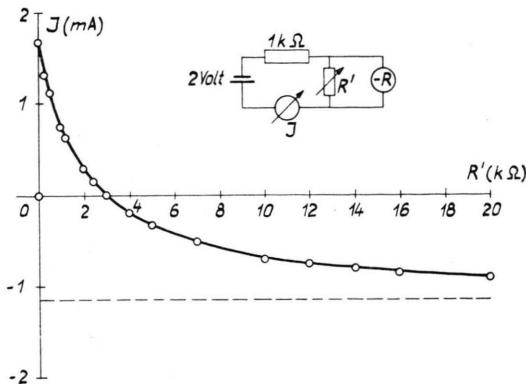


Abb. 4. Strommessung an einem negativen Widerstand mit parallelem Ohmschen Widerstand (--- Asymptote).

Um nun den negativen Widerstand scharf auf Konstanz zu prüfen, benutzten wir eine Anordnung nach Abb. 2 a. Als Nullinstrument G hatten wir ein Spiegelgalvanometer mit der Empfindlichkeit von  $2,6 \cdot 10^{-7}$  Amp. pro Skalenteil. Wie Tab. 1 zeigt, ist bei Meßspannungen bis zu 6 Volt der negative Widerstand auf etwa  $1\text{‰}$  konstant. Vorzeichenumkehr der Spannung  $V$  liefert praktisch dasselbe.

$V$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	Volt
$R'$	3010	3010	3012	3012	3013	3012	$\Omega$
$V$	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	Volt
$R'$	3012	3012	3012	3012	3013	3012	$\Omega$

Tab. 1. Prüfung der Konstanz des negativen Widerstands.

Bei höheren Meßspannungen nimmt  $R'$  zunächst langsam zu, bis zu 12 Volt um ca.  $1,5\text{‰}$ , bis 18 Volt um ca.  $7\text{‰}$ . Bei dieser empfindlichen Messung machen sich schon sehr geringe Eigenspannungen des negativen Widerstands, die sich ständig ändern, störend bemerkbar. Beseitigt man von Fall zu Fall die Eigenspannung durch Nachregulieren des einen Kathodenwiderstandes, so ändert man damit stets auch  $R$  etwas. Um dies zu vermeiden, ließen wir diese geringen Eigenspannungen bestehen und eliminierten ihre Wirkung dadurch, daß wir bei jeder Messung als Nullpunkt des Instruments G diejenige Stellung betrachteten, welche bei Ersatz der Spannungsquelle  $V$  durch einen Widerstand von ca.  $1\text{ k}\Omega$  eingenommen wurde.

Selbstverständlich kann man durch geeignete Verbindung des negativen Widerstands mit einem Schwingungskreis diesen erregen, wovon nur ganz kurz die Rede sei. Wir haben qualitativ die Anordnung der Abb. 5 untersucht. Die zur Kapazität  $C$  parallel geschalteten Widerstände  $R'$  und  $-R$  sind einem in Serie zu  $C$  liegenden Widerstand der Größe  $R_{\text{res}}/[1 + (\omega R_{\text{res}} C)^2]$  äquivalent [wegen  $R_{\text{res}}$  vgl. (1)]. Wenn  $R' > R$ , so ist  $R_{\text{res}}$  negativ und wenn überdies  $R'' < -R_{\text{res}} < L/R''C$ , so bilden sich Schwingungen aus, deren langsames Anwachsen am Oszillographen beobachtet wurde.  $R'$  ist ein empfindliches Maß für den Verlustwiderstand  $R''$  des Schwingungskreises, und man kann wohl auf diese Weise die Kreisgüte genau bestimmen.

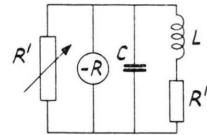


Abb. 5. Anordnung zur Schwingungserregung; zugleich Wechselstromersatzbild des negativen Widerstands.

Zugleich stellt Abb. 5 das Ersatzbild des durch  $R'$  überbrückten negativen Widerstands der Größe  $-R R''/(R'' - R)$  dar, wobei im wesentlichen  $C$  auf die Röhrenkapazität,  $R''$  und  $L$  auf die Anodenwiderstände zurückgehen.

#### 4. Die Nichtlinearität des negativen Widerstands und ihr Einfluß auf das Verhalten an der Stabilitätsgrenze

Wir betrachten wieder Abb. 1, bezeichnen die etwa durch eine Schwankung entstandene Spannungsdifferenz  $V_I - V_{II}$  mit  $V$  und nennen  $J$  bzw.  $J'$  den Strom, der von I nach II durch  $-R$  bzw. durch  $R'$  fließt. Im stationären Zustand, der durch den Index  $s$  bezeichnet sei, gilt

$$[J + J']_s = 0. \quad (7)$$

Dieser Zustand kann nur stabil sein, wenn zugleich die Bedingung

$$[\partial(J + J')/\partial V]_s > 0 \quad (8)$$

erfüllt ist, da nur dann der Gesamtstrom  $J + J'$  in solcher Richtung fließt, daß die anfängliche Spannungsschwankung wieder abgebaut wird.

Das Kriterium (8) ist notwendig, aber nicht hinreichend. Man hat eigentlich für die Beurteilung der Stabilität das

Ersatzbild aus Abb. 5 heranzuziehen. Mathematisch hat man es dann mit einer Differentialgl. von 2. Ordnung in der Zeit zu tun und nicht mit einer von 1. Ordnung, wie sie (8) zugrundeliegt. Für das Folgende, das sich auf die Anordnung der Abb. 1 beschränkt, ist (8) aber tatsächlich ausreichend.

Zunächst diskutieren wir nochmals den linearen Zusammenhang von Strom und Spannung

$$J = -\frac{1}{R}(V - V_0). \tag{9}$$

Dabei sind wir durch Einführung der Eigenspannung  $V_0$  bereits vom Fall  $V_0 = 0$  des idealen negativen Widerstandes abgewichen. Nach (7) ist

$$-\frac{1}{R}(V_s - V_0) + \frac{1}{R'}V_s = 0$$

oder

$$V_s = -\frac{R'V_0}{R-R'}, \quad J_s = -J'_s = \frac{V_0}{R-R'}. \tag{10}$$

Gl. (8) ergibt einfach  $-1/R + 1/R' > 0$ , d. i. die schon im Anschluß an (1) besprochene Stabilitätsbedingung. Wenn  $V_0 = 0$  ist, so hat man also im stabilen stationären Zustand Stromlosigkeit; wenn  $V_0 \neq 0$  ist, so wächst in der Nähe der Stabilitätsgrenze  $R' \rightarrow R$  der Strom  $J_s$  immer mehr an.

Tatsächlich kann der lineare Zusammenhang (9) nur beschränkt gelten und man wird als nächste Näherung haben

$$J = -\frac{1}{R}(V - V_0) + \frac{1}{RV_2}(V - V_0)^2. \tag{11}$$

$V_0$  bezeichnet wieder die Eigenspannung des negativen Widerstands,  $V_2$  ist eine weitere kennzeichnende Spannungsgröße. Ist  $V_0 = 0$ , was durch Regulieren z. B. eines der in Abb. 3 angedeuteten Kathodenwiderstände erreicht werden kann, so ergibt sich für den stationären Zustand nach (7) die Beziehung

$$\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \frac{V_s}{V_2}\right) V_s = 0,$$

und nach (8) ist für Stabilität erforderlich

$$\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} + \frac{2}{R} \frac{V_s}{V_2} > 0.$$

Also hat man die Lösungen

1.  $V_s = 0$ , stabil für  $R' < R$ ,
2.  $V_s = V_2(1 - R/R')$ , stabil für  $R' > R$ .

Die zugehörigen Ströme sind

$$J_s = 0 \text{ bzw. } J_s = -J'_s = V_2(R/R'^2 - 1/R').$$

Der Ansatz (11) ist aber für unseren Fall nicht typisch. Wenn nämlich der nach dem Muster der Abb. 3 gebaute negative Widerstand streng sym-

metrisch ist, so wird sich bei Vorzeichenumkehr der Spannung  $V$  auch das Vorzeichen von  $J$  umkehren. Also muß  $J(V)$  eine ungerade Funktion sein. Man hat sodann  $V_0 = 0$ , das quadratische Korrekturglied von (11) muß fehlen und als nächste Näherung kommt

$$J = -\frac{1}{R}V + \frac{1}{R} \frac{V^3}{V_3^2}. \tag{12}$$

Der Faktor von  $V^3$  ist in Wirklichkeit tatsächlich positiv (s. Abb. 6),  $V_3$  ist reell und hat die Dimension einer Spannung. Im stationären, stabilen Zustand gilt dann

$$\left[\frac{1}{R'} - \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \left(\frac{V_s}{V_3}\right)^2\right] V_s = 0, \quad \frac{1}{R'} - \frac{1}{R} + \frac{3}{R} \left(\frac{V_s}{V_3}\right)^2 > 0.$$

Daraus entnimmt man die Lösungen  $V_s = 0$  für  $R' < R$  und  $V_s = \pm V_3 \sqrt{1 - R/R'}$  für  $R' > R$ . Die zugehörigen Ströme sind

$$\left. \begin{aligned} J_s &= 0 && \text{für } R' < R, \\ J_s &= -J'_s = \mp \frac{V_3}{R'} \sqrt{1 - \frac{R}{R'}} && \text{für } R' > R. \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

Über die besprochenen Näherungen hinaus kann man den Fall des allgemeinen Zusammenhanges  $J(V)$  bequem an Hand der Abb. 6 überblicken. Der qualitative Verlauf  $J(V)$  ergibt sich aus der Bemerkung, daß der für kleine Spannungen negative Widerstand bei genügend großer Spannung in einen positiven Widerstand übergehen muß. Nach (7) hat man, um die stationären Zustände zu erhalten, die Kurve  $J(V)$  mit der Geraden  $-V/R'$  zu schneiden. Aus der Art des Schneidens erhält man gemäß (8) sodann Aufschluß über die Stabilität.

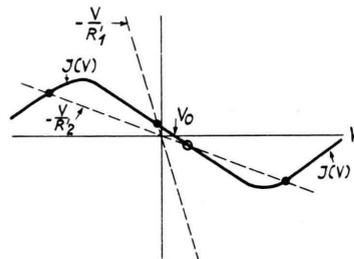


Abb. 6. Graphische Ermittlung der stationären Zustände der Anordnung aus Abb. 1 bei beliebiger Stromspannungs-Charakteristik  $J(V)$  für zwei Werte von  $R'$ , wobei  $R'_1 < R$  und  $R'_2 > R$ . ● stabil, ○ instabil.

Wir haben diesbezügliche Messungen an dem im vorigen Abschnitt beschriebenen negativen Widerstand (mit etwas verändertem Betrag) gemacht und geben einige davon in Abb. 7 wieder, in der auch

die Meßanordnung skizziert ist. Der Verlauf der beiden Kurven mit  $V_0 \neq 0$  ist nach Abb. 6 qualitativ verständlich. Die angegebenen  $V_0$ -Werte sind aus den bei  $R' = 2800 \Omega$  gemessenen Werten von  $J_s$  berechnet worden; diese Ströme sind noch so klein, daß (10) genügend genau gilt. Wenn aber  $|V_0|$  einen gewissen Wert (ca. 20 mVolt im vorliegenden Fall) unterschritt, so erhielten wir in einem  $R'$ -Intervall von ca.  $20 \Omega$  Breite in der Umgebung des kritischen Wertes  $R' = R = 2879 \Omega$  überhaupt keinen stationären Strom, sondern merkwürdig langsame Kippschwingungen. Insbesondere ist dies also für  $V_0 = 0$  der Fall. Das  $R'$ -Intervall, in welchem Schwingungen beobachtet wurden, ist in Abb. 7 durch Unterbrechung der Meßkurve angedeutet. Die Schwingungsdauer an der unteren Grenze betrug Bruchteile einer Sekunde, die Stromamplitude war klein; an der oberen Grenze betrug die Schwingungsdauer bis zu mehreren Sekunden und die Stromamplitude war ca. 6–7 mAmp, wie es dem Anfang des stationären Asts der Kurve  $J_s(R')$  bei höheren  $R'$ -Werten entspricht.

Zum groben Vergleich ist in Abb. 7 die Kurve (13) gestrichelt eingezeichnet, wobei wir  $V_3 = 250$

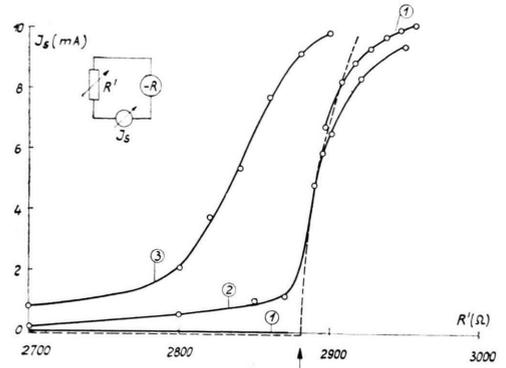


Abb. 7. Gemessene stationäre Zustände der Anordnung aus Abb. 1 in der Umgebung der Stabilitätsgrenze. ( $R = 2879 \Omega$ , Pfeil.)

Kurve (1)  $V_0 = 0$ ; wo unterbrochen: Kippschwingungen; Kurve (2)  $V_0 = 50$  mVolt; Kurve (3)  $V_0 = 165$  mVolt; Gestrichelte Kurve: nach (13) berechnet mit  $V_3 = 250$  Volt.

Volt wählten. Zur Darstellung der beiden, zu  $V_0 \neq 0$  gehörigen Kurven aus Abb. 7 ist selbstverständlich (13) nicht geeignet. Man hätte zunächst wieder (12) entsprechend zu erweitern. Da es aber den Anschein hat, daß Potenzansätze ähnlich (11) und (12) keine gute Approximation liefern, sollen diese Einzelheiten hier nicht weiter verfolgt werden.

## Koinzidenzanordnung zur Erzeugung monochromatischer Neutronen mit der (d, d)<sub>n</sub> Reaktion

Von W. FRANZEN\*, P. HUBER und L. SCHELLENBERG

Aus dem Physikalischen Institut der Universität Basel

(Z. Naturforschg. 10 a, 820–825 [1955]; eingegangen am 3. September 1955)

*J. Mattauch zum 60. Geburtstag gewidmet*

Es wird eine Anordnung zur Erzeugung monochromatischer (d,d)-Neutronen beschrieben. Sie beruht auf einer Koinzidenzmethode, bei der als Koinzidenzpartner die in der (d,d)-Reaktion gleichzeitig entstehenden  $\text{He}^3$ -Kerne und Neutronen benützt werden. In der angeführten Anordnung werden die  $\text{He}^3$ -Kerne unter  $90^\circ$  zum einfallenden Deuteronenstrahl beobachtet. Als Target wird ein  $\text{D}_2$ -Gastarget benutzt. Die berechnete Energiebreite der Neutronen für die gewählte Anordnung beträgt ca. 10 keV. Für eine Deuteronenenergie von 900 keV und 5  $\mu\text{A}$  Stromstärke ergeben sich ca. 1 Koinzidenzimpuls pro Sekunde. Es sollte möglich sein, diese Zahl durch Vergrößerung des benutzten Neutronenzählers um einen Faktor 10 zu erhöhen, ohne das Energieauflösungsvermögen zu verschlechtern. Die Zahl der zufälligen Koinzidenzen variiert zwischen 5–10% der wahren Koinzidenzen.

### 1. Einführung

Die Erzeugung von monochromatischen Neutronen im Energiegebiet von 2–4 MeV mit Hochspannungsanlagen bis zu 2 MV ist nur mit Hilfe der  $\text{D}^2(d, n)\text{He}^3$ -Reaktion möglich. Die (d, d)-Reaktion

als Neutronenquelle besitzt aber den unvermeidbaren Nachteil, daß neben dem eigentlichen Target alle jene Teile des Beschleunigungsrohres Neutronenquellen darstellen, die von den Deuteronen getrof-

\* Auf Urlaub 1954–1955 vom Department of Physics, University of Rochester, Rochester, N.Y. U.S.A.